

לל המעלג המינימלי החולם סוכת 4x4 אמות טבעת בעומק אמה, יוצר מעגל שקוורר שהוא 7.66 אמות, והיקפו של מעגל זה לפי היחס של π (3.14) הוא 24.05 אמות.

אולם מודיע זוקק היה ר' יוחנן לשער את היקפה של הסוכה ע"י אנשים היושבים וחוצת לה? וכי לא היה פשוט יותר אילו היה אומר אם יש בהיקפה כדי לישב בה שמנוה עשר בני אדם?

המידה הנוצרת לפי רבי - 4x4 אמות - היא המידה המינימלית של הסכך, הינו גגה של הסוכה; וכשהסוכה עשויה ככbeschן ציריך שסוכה יכולה להקייף ריבוע כזה, הינו שב███ יהיה מעגל שהיקפו הוא (ע"פ יחס של 3.14) כ-18 אמות. אולם כיוון שהמבנה הוא חרוטי, עלינו לדעת מהו היקף רציפה של סוכה זו, כדי לאפשר שכל היושב בה יש אשו ורובו בסוכה מתחת לסכך הכספי. מסתבר שתחום הישיבה חורג באמה אחת לכל ذ' מעבר לתחום הגג - הסכך, ולפיכך "מקום גברי לא חשוב". וזהי אכן סוכתו שרי יוחנן (ראה חנוך הסוכה ותוכניתה באIOR 2).

הבנה זו בסוגיית הגمراה אפשרית רק אם נגין שרי יוחנן ידע את שיעור ר' המדי עי (3.14), שאילו היה מחשב לפיה היחס 3:1, היה מסתפק בסוכחה שהיקפה יוושבים 23 בני אדם (7.656 x 3 = 22.968). ולא היה מצריך 24 בני אדם

הזרק כוורת לרשומות הרביבס

נאמנם עסקו חז"ל בגופים שאינם גליליים, אלא עשויים כחרוטים?

בתلمוד הbabelי שבת ח,א "אמר אבוי: זרך כוורת לרשות הרבים... רחבה ו' (טפחים פטור)". הסיבה היא שכורות הינה עגולה, ובמקרה זה היא חוסמת ברכבה שטח הנחשב

ראה: שי אביצור, 1976, אדם ועמלו, ירושלים, עמ' 143; מ' פוזן, תבנית כלים, לונדון תשנ"ג, עמ' 13.

ראה: צייד רון, 1977, המלונות כביטוי לחקלאות המדגרות בהרי יהודה ושומרון, תל-אביב, עמ' 461.

צבי שפלטר

ח-ג החז"ל

אשי פרקים

- סוכחה העשויה ככבשן
 - הזרק כוורת לרשوت הרבנים
 - חלון עגול
 - עמוד עגול המאהיל על הטומאה
 - קורת מבוין
 - קורה המאהילה על הטומאה
 - ים של שלמה
 - ספר תורה בארון

במקומות שבהם עסקו חז"ל במעגלים או בגופים עגולים, נוקטים הם ביחס של 1:3 בין היקפו של המעגל לבין קוטרו. אולם כבר הראשונים ידעו שהיחס במצבו הוא 3.14159¹, כלומר $\pi = \frac{3}{7}$. המספר π מבודआ ע"י האות היוונית π. קיימים מספר נסיונות להסביר את אי הדיווק.¹ עיקר הקושי הוא מפני שבאנדרטת המישור אכן היחס הוא 3.1:1 אולם במאמר זה נקבע על כך שהסתירות שבוחן מדובר על היחס החז"לי של 1:3.1³, ובסוגיות תלת מימדיים, ובهم נדרשת התיחסות אחרת.

א. סוכה העשויה ככבשו

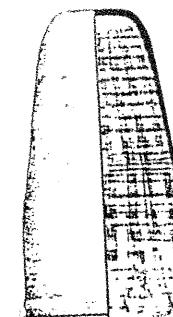
בתלמוד הבבלי, סוכה ז, ב, "אמר רבי יוחנן: סוכה העשויה ככbeschן, אם יש בה היקפה כדי לישב בה עשרים וארבעה בני אדם - כשרה, ואם לאו - פסולה." סוכה זו, שהינה עגולה, צריכה שתחכוסם בתוכה בהתאם לדבריו של רבינו רבי סוכה שיש בה 4×4 אמות, כלומר קוטרו של המעלג הוא 5.66 אמות (אלאטונו של הריבוע) לפי חשבונת של הגמרא ע"פ הכלל "כל שיש בהיקפו שלשה טפחים יש בו רוחב טפח" (3:1) היקפה של סוכה זו הוא כ-17 אמות (למען הדיקוק: 16.97), אבל לפי היחס המדויק של פ, ההיקף הוא קרוב ל-18 אמות (17.76). כיון שרוחב מושב האדם הוא אמה (יעברא באממתא יתביבי), מミילא הסוכה הדרישה לדעת רבי יוחנן (בעלתה היקף של 24 אמות) גודלה ב-1/3 (כי במעלג שהיקפו 24 אמות נחסם ברשו של 5.4×5.4 אמות).

קושיה זו מיאשנה רב אס: "לעולם גברא באמתא יתיב, ור' יוחנן מקום גברי לא
קחשייב", היינו 24 אנשים אלו יושבים מחוץ למעגל הנחוץ לסתוכה המינימלית. עומק
מקומות ישיבתם, שהוא אמה, אינו ביחסו הסוכה 4×4 אלא נוסף עליה. ואכן, אם נוסיף

1. תוס' עירובין יד, ד"ה והאייכא נשארו בkowskiיה. בתשבץ' ח"א קשה שתי תשובה בדבר. הדברים נסקו ר' במאמריהם של הרב מונק בסיני נ"א, הרב בוגל בתורה-ומדע י', וగורבר וצבען במגל (אוניברסיטט בר אילן) י"א. וראה עוד דעת הרמ"ם שניאורסון, אדמור"ר מליבוביץ', בתשובתו שבקונטראס אמונה-ומದע הוציא מכון ליראונייש בפר ח"ג תש"ה ע"ג.

ברשות לעצמו ("מקום פטור"), וכשזרקו מרשות היחיד, אע"פ שנחתה ברשות הרבים, מכל מקום כיון שהוא נחשב לרשויות לעצמו, הרי זה כזורך מרשות היחיד לפחות מקום פטור.

אכן, לפי החשבון הקוטר הנוצרך לפחות 6 טפחים) אינו מדויק, שכן אלכסונו של הריבוע 4x4 הוא 5.66 רשיי אכן מצין זאת: "הרי חמשה טפחים ו' חמישין" מיספיקים, אבל לדבריו "אבי לא דק, ולחומרא הוא דלא דק" - הינו פטור מוחלט יכול להיות רק כשלישית היקורת יהיה 6 טפחים. אולם חסר דיקון בנושא זה עלול להביא לחומרא מצד אחר, שהרי מי שיזורק כוורת שוכטרת פחותה מ-6 טפחים יהיה חייב; ובתוספת התראה ועדות אף יחויב סקילה בסנהדרין על השוויה מרשות לרשות - והרי עשוי הוא להיות פטור אס קוטרה של היקורת שורק על 5.66 טפחים!



איור 3

חולון עגול

בתלמידו הבלתי ערובין עו, א' אמר ר' יוחנן: חלון עגול ציריך שיהא בהיקפו עשרים ארבעה טפחים; ומשהו מהן בתוך עשרה, שאם ירבענו נמצא משחו בתוך שרהה." המזכיר הוא בשתי חצרות שהדרים בחן רוצחים לערב ערוב אחד בשביל שתיהן. וזה דבר אפשרי רק אם במחיצת המבזילה בין שתי החצרות פתוח חלון בעל המידות שננקבו בסוגיה. לפי המשנה, בחלון מרובע ציריך שיהיה 4×4 טפחים, וגובהו מהקרע לא יותר מאשר 10 טפחים. כאשר החלון עגול, דרישת ר' יוחנן היא שהיקף העיגול יהיה 2 טפחים.

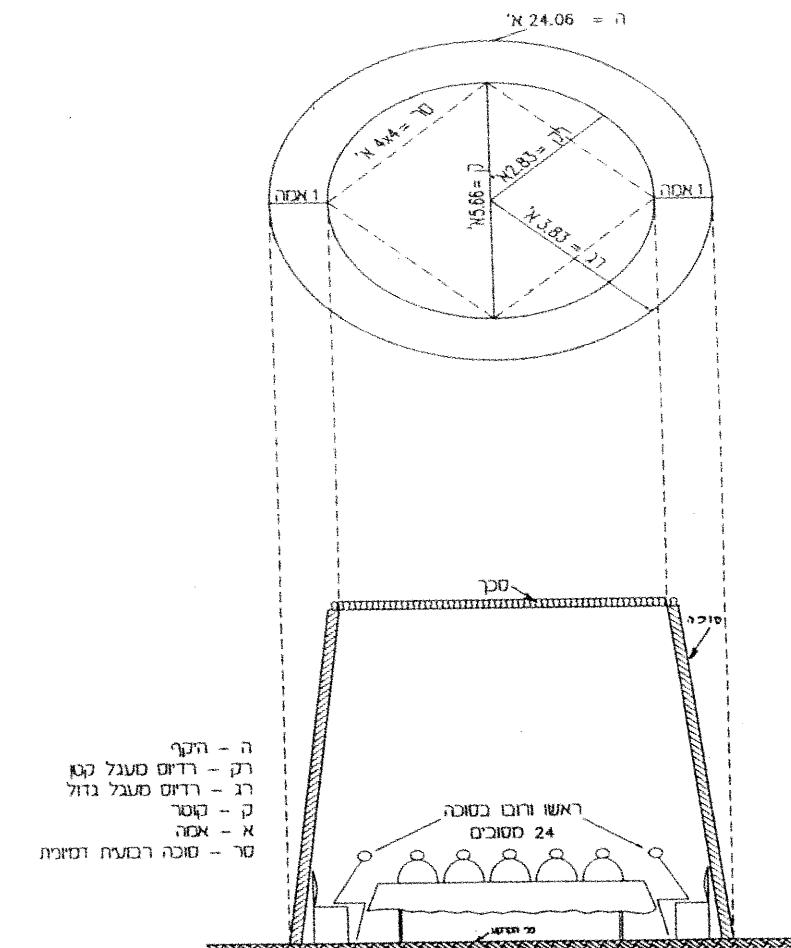
ושוב תישאל השאלה: הרי כדי ליחסום ריבוע של 4×4 טפחים שאורך אלכסונו הוא 5.6 טפחים די במעגל שהיקפו 17.8 טפחים (אם נחשב לפי היחס של 1:3.14) או 16.98 טפחים אם נחשב לפי היחס של 3:1). מדו"ע האריד אפוא ר' יוחנן חלווה היקפו 24 טפחים?

נראה שרי יוחנן נקט בדבריו 'חלוּן' ולא 'חוּרֵי' או 'פתחִי' כדי שאנחנו נתייחס למבנה דו-עומק של חלון דווקא. חלון עגול בקירות עבים מבוצע כך שיש הבדל בקוטרו בין פנוי הקיר השונים - החיצוני והפנימי. צורת החלל של החלון היא כחרוט קוטום.

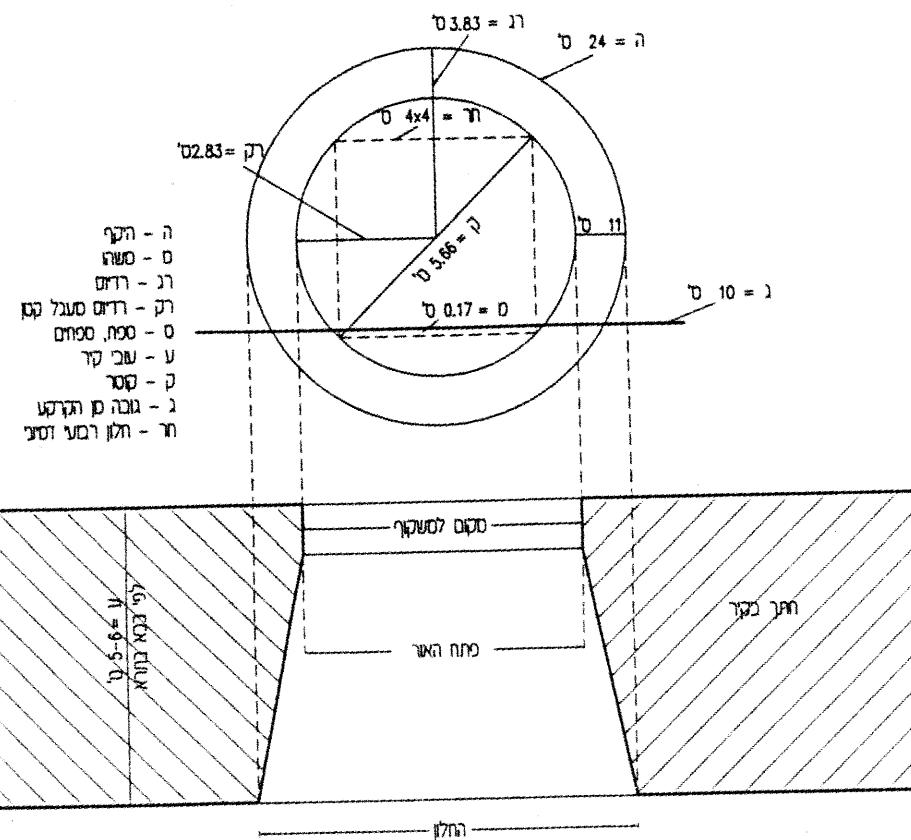
כך מתוארים הדברים בספרו של זאב ספראי: גידול והפקת דבש בתקופת המשנה והתלמוד. ישראל עם הארץ, ד' (תל-אביב, תשנ"ז) עמ' 224-211.

במקורה זה לא אמרינו גוד אסיק מחייבתא, אם מושם שאין אומרים זאת אלא במאחיצה שכבר בגובה עשרה טפחים (עי' הרש"א סוכה זב, וכן הוא בעיתור שער ב' ושער ד' ובראבייה סוכה סי' תרכ"ד), או מושם שאין תורת גוד אסיק בכלים (עי' רמב"ר, מלוחמות שבת ב', מדפי הרי"ף; אבל בב"ח אויח' סי' שמה ד"ה וכן חרץ, כתוב שאפילו בכלים מטלטל אמרין גוד אסיק).

איור 2. סוכה העשויה ככבן: חתק ותוכנית

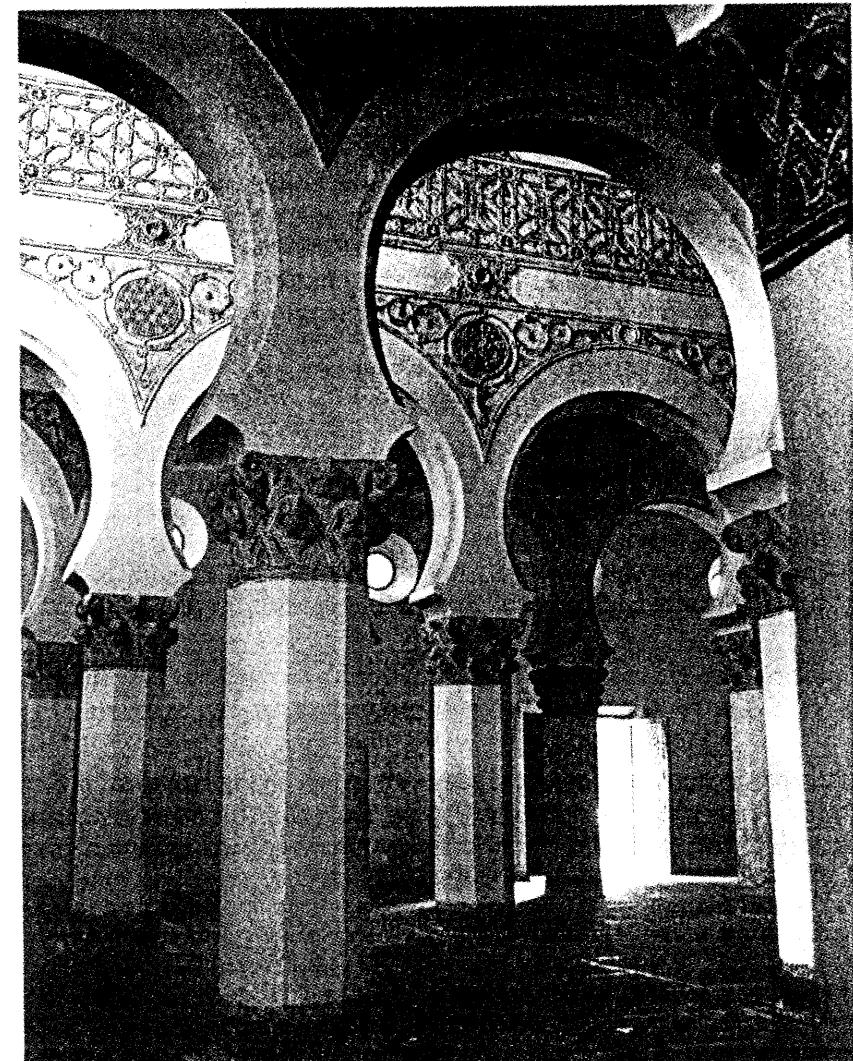


איור 5. חלון עגול: חתך ותוכנית

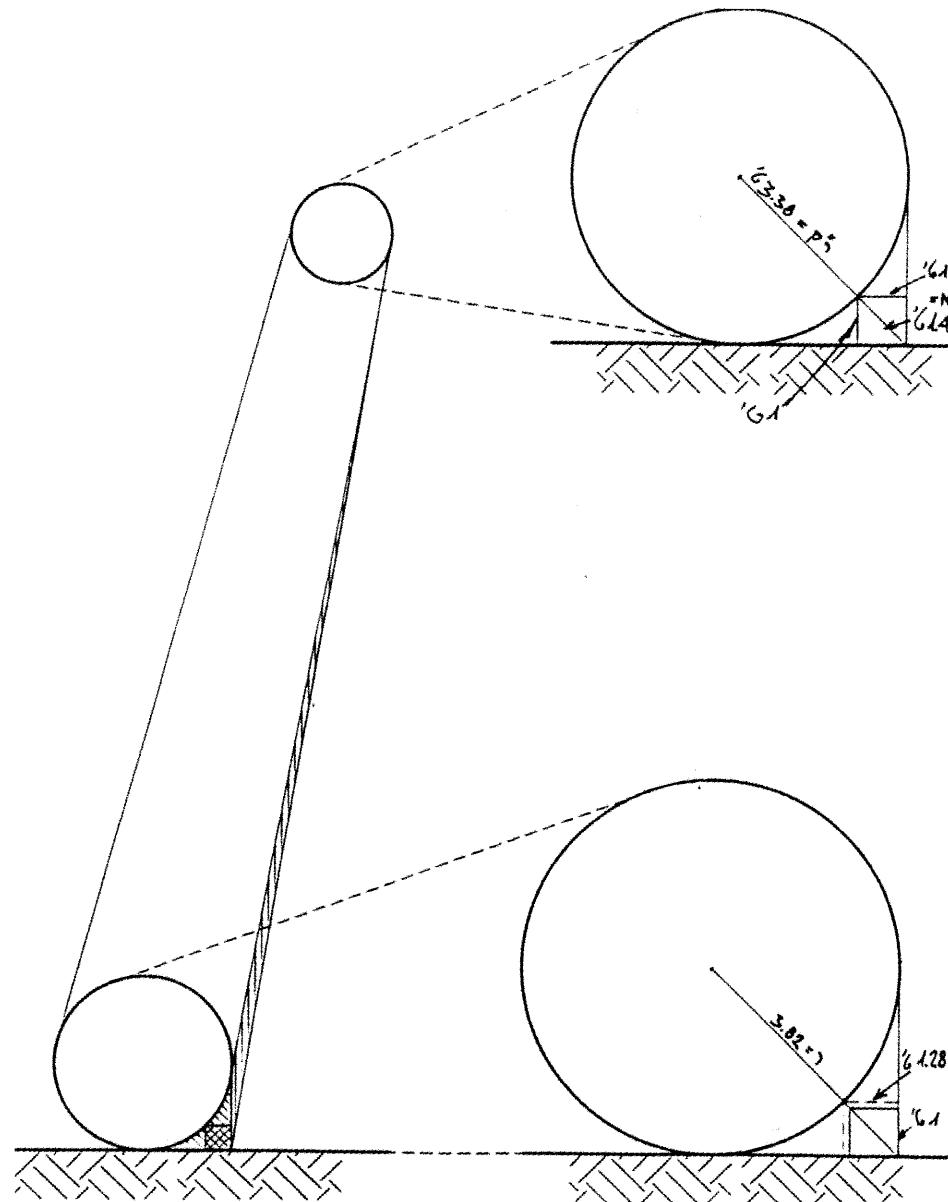


צורה זו מאפשרת ויסות של כמות האור הנכנסת, הרחבת המבט לחוץ תוך שימוש במפריטות שבפנים, ועמידה בمبرבות טכנולוגיות של גודל אבני ולוח קונסטרוקטיבי. נראה, בקיר שעוביו 5 או 6 טפחים (בהתאם לחומר ממנו הוא עשוי, מבני גזית או מבני גיל), כאמור במשנה בריש מס' בבא-בררא), ההפרש שבין הקוטר הפנימי של החלון לבין קוטרו החיצוני הוא 2 טפחים. שיורו זהה על הדרישות הנ"ל, וכפי שהדברים נראהים מאיור 4.

איור 4. חלונות עגולים בכיה הגדת העתיק אשר שושן בטולון
מחוץ: מ' בן דב, תשמ"ט, בתי-כנסות בספרד, תל-אביב, עמ' 96



איור 6. עמוד המוטל באוויר: היטל וחטכים



משום כך נדרש ר' יוחנן שהיקפו של המעלג בחלקו הרחב יותר של החלון יהיה של 24 טפחים, כיוון שמעגל זה קוטרו הוא 7.66 טפחים, ומילא היקפו הוא (לפי חישוב של 1:3.14 24.05 טפחים. בכך מבטיח הוא שרדיוס המעלג הקטן של החלון - פתח האור - לא יהיה מ-5.66 טפחים, שאם יקטן משיעור זה שוב לא תוכלנה שתי החצרות לערב אחת).

ר' יוחנן דורש ש"שנים ומשהו מהן" יהיו "בתוך עשרה", היינו שהרכיבו של 4x4 טפחים הנחנס בפתח האור של החלון (המעגל הקטן) יהיה בתוך 10 טפחים מפני הקרן, שאם לא כן לא ייחשב החלון כמחבר בין שתי החצרות. באירור 5 אנו מראים שצלע הריבוע בן 4x4 הטפחים החסום בתוך המעלג הקטן (שקווטרו 5.66 טפחים, והרדיאוס שלו: 2.83 טפחים) נמצא במרחק של 0.83 טפחים ממעגל (2.83-2) שבו הוא חסום. כיוון שהרדיאוס של המעלג הרחב של החלון גדול מזה של הקטן בטרפה, הרי שצלע זה של הריבוע רחוק מהעיגול הגדול 1.83 טפה.

לכוארה, היה צrisk ר' יוחנן לדורש אףוא ש"שנים פחות משהו" (משהו במקורה זה: 0.17) יהיו "בתוך עשרה". אלא שיש להביא בחשבון שהרכיבו החסום בתוך החלון העגול הוא ריבוע דמיוני שקשה לאמוד אותו, ועללה להיות סטיה ממשמעותית במידידה. לכן דורש ר' יוחנן להוציא על הנדרש. אין הוא מסתפק בשני טפחים, כיון שעדיין בהפרש קטן זה עלול אדם להגיע לידי טעות. על כן נדרש הוא שיהיו "שנים ומשהו מהן בתוך עשרה".

ד. עמוד עגול המהיל על הטומאה

שנינו במסכת אהילות יב, "עמוד שהוא מוטל לאוויר - אם יש בהיקפו עשרים וארבעה טפחים, מביא את הטומאה תחת דופנו; ואם לאו, טומאה בוקעת וועליה, בוקעת וירודת". מדובר בטומאה המצויה תחת עמוד המוטל בצורה מאוזנת לבניין, והשאלת היא האם טומאה זו מטמאת לכל אורך העמוד או רק במקומה. תנאי לאוהל הוא שהיה בו לפחות טפח על טפח ברום טפח; וכיدي שהעמוד, שהוא עגול, יוכל לשמש כאוהל, צריך שאפשר יהיה לרבע תחתיו (להעמיד בצליל) ריבוע של טפח על טפח המספיק לטמא טומאה אוהל.

אולם אם כך, אין צורך שהיקף העמוד יהיה 24 טפחים נקוב במשנה, אלא די 21.2 טפחים, שכן אלכסון הריבוע של טפח על טפח הוא (לפי משפט 피תגורס), $\sqrt{2}$, הינו 1.41. וכן אלכסונו של הריבוע הנוצר מהרדיאוס (z) של המעלג הוא $\sqrt{2}z$ כדי שריבוע כזה יוכל לעמוד בצליל של העמוד המוטל, יש לצרף את אלכסונו לרדיאוס של העמוד, וכך נקבל את המשוואה $z + 1.41 = \sqrt{2}z$ שפתרוניה הוא $z = 3.38$. ⁶ רדיאוס זה מביא (באמצעות הכלולו ב-א' הינו ב-6.28) מביאה למעגל שהיקפו הוא 21.2 טפחים. ⁷ זה הפרש ממשמעותי מהמספר הנקוב במשנה - 24 טפחים.

כדי לישב זאת נקבע שוב, שח"ל במשנה זו עסקו בגוף שהוא בcourtת חרוט. עמודיaben - בין אלה המוכרים לנו מהתקופות ההלניסטית והרומית, וגם עמודיaben מונוליטיים בימינו - עשויים כך שהם חולכים ונעים צרים מבסיסם אל עבר כוורתם.

⁶. המשוואה שהבנו מביאה לידי המשוואה $r^2 + 2.82r + 1.99 = (r+1.41)^2 = r^2 + 2r + 1.99$ כלומר עיפי כללי המשוואה הריבועית: $r^2 - 2r - 1.99 = 0$ שפתרוניה הוא: $r = 3.38$.

⁷. כך הקשה בעל תפארת-ישראל על משנה זו.

הרמב"ם בפסקו משנה זו להלכה (היל' טומאת המת יב,ז) כתוב: "אם יש בה פותח טפח... מביאה את הטומאה תחת כולה... אף שאין כולה שווה... וקצתו פחותה מטפח". מניין נטל הרמב"ם שה庫ורה מהאליה על הטומאה גם אם בחלקה אין בה רוחב של טפח?

בכسف-משנה הביא בשם הר"י קורקוט, שהרמב"ם דיביך זאת משלו המשנה "מביאה את הטומאה תחת כולה" - הינו אפילו תחת חלקי הקורה שרווחם פחות מטפח. אולם אפשר שהרמב"ם דיביך זאת מעצם הדבר שהמשנה הסתפקה בהיקף של 3 טפחים, שכאמור לעיל לפि המיציאות מביא לידי רוחב (קוטר) של פחות מטפח.

על פי זה מיישבות קושיותיו של בעל התפארת-ישראל (אהלות פ"ב בבב"ו אות ז) על הרמב"ם ממשניות שבוחן מבואר שטומאות האهل אינה מותפסת אל מתחת החלק האוהל שאין ברוחבם טפח. הדוגמאות שהוא מביא הן: נסר שהוא נתנו על פי תenor, ווועצא מזה ומזה טפח, אבל מהצדדים הוא פחות מטפח, אינו מטמא מן הצדדים (משנה נשבר). חלק זה שוב לא ניתן למודוד את היקפו, ולעתים קשה לשער האם אינו מודוד את חלקו החרב של העמוד (בסי"ו) או את חלקו החרב (cotorta). על כל הניל' ניתן לעמוד מתוך התבוננות באטריות עתיקות, כגון בית שאן או בנמל העתיק של קיסריה.

ולל פנים נמצא ההבדל עקרוני בין ההלכות טומאות אוהל - שבעירובין אולין לכולא, ומסתפקים ב庫ורה שבצדיה האחד יש בה רוחב טפח, ואילו בטומאה מחמירין, והטומאה עוברת באهل גם אל מתחת לחלקי הקורה שאינם רוחבים טפח. ההבדל זה הרי הוא מותאם לכללי ההלכה שבעירובין מקילים, ואילו בהלכות טומאה וטהרה מוחMRIIM.

ז. ים של שלמה

המקור ליחס 1: בין הקוטר לבין היקפו של המגל מובא בעירובין יד,א: "כל שיש בהיקפו שלשה טפחים יש בו רוחב טפח. מנא הני מלוי? אמר רבבי יוחנן: אמר קרא ויעש את הים מוצק עשר באמה משפטו עד שפטו, עגול סביב, וחמש באמה קומתו, וכן שלשים באמה ישב אותו סביב" (מלכ"א ז,ג). ה"א כיצד דבר שקוותו הוא 10 יש בהיקפו 30, הרי זה נגד כל חוקי המציגות!"

השפה שעלה מדברך כאן היא שפטו העלירונה של היכור שעשה שלמה. כך מסתבר מהפסקה הבאה (פסוק כד) בו מתואר "ופקעים מתחת לשפטו סביב". מסתבר שגם כי זה שעשה שלמה אינו בניו בגיל מדוייק, שבסיסו וראשו שוים, אלא אף הוא בניו חרוט כתום, שבבסיסו צר מראו. בראשו ניתן לפחות 10 אמות משפה אל שפה, ואם כן היקפו שם הוא 31.4 אמות. "שלשים באמה ישב אותו סביב" - הינו בסיסו. גובהו של הכלוי הוא כאמור בפסק 5 אמות, ודבר זה צווין בין המידה של הראש ("עשר באמה משפטו עד שפטו") לבין מידת הבסיס ("שלשים באמה..."). מסתבר שהגביה הולך ונוטן את

ההפרש המצווי הוא כ-5%. ⁸ לאורך 5-6 מטרים (גובה העמוד) הפרש הקוטר מגיע עד לפיז זה אילו נקטה המשנה בשיעור המוצומץ - 21 טפחים בערך - המשפיק כאמור לעיל לשמש כאוהל לטומאה, עלול ההיקף בקצחו האhor להיות קטן יותר, למטה מהשיעור הדרוש כדי לרבע תחתיו טפח על טפח, ואז אין טומאת האוהל מתפשטת לאורכו של כל העמוד. כדי לוודא טומאת אוהל לכל אורך העמוד, ציריך ההיקף המדויד להיות 24 טפחים, כדי שבקצחו החרב של העמוד יהיה היקפו של העמוד לפחות 21 טפחים - המינימום הדרוש לטומאת אוהל נnil.

מדוע אין המשנה סומכת כי נמדד תמיד את הצד החרב של העמוד? נראה, שכאשר עמוד נופל בכוונה מאוזנת, פעים רבים חלקו נקבע באדמה. בדרך כלל יהיה זה חלקו העליון, שכן הוא נופל מגובה רב (כ-6 מטר) בכוח גדול יותר - מתחפר בקרקע ולוועטים נשבר. חלק זה שוב לא ניתן למודוד את היקפו, ולעתים קשה לשער האם אינו מודוד את חלקו החרב של העמוד (בסי"ו) או את חלקו החרב (cotorta). על כל הניל' ניתן לעמוד מתוך התבוננות באטריות עתיקות, כגון בית שאן או בנמל העתיק של קיסריה.

ה. קורת מבוי

המשנה בעירובין פרק א עוסקת ב庫ורה שבאמצעותה מכשירים מבוי לטלטול. קורה זו צריכה להיות רחבה טפח (משנה ג). במשנה ה' מודובר על קורה עגולה, ולגביה נקבע "רואין אותה כאילו היא מרובעת" - כל שיש בהיקפו שלשה טפחים, יש בו רוחב טפח. כל זה הוא שלכאורה עומד נגד המיציאות הידועה לנו, אשר לפיה היחס אינו 3:1 אלא 1:3.14.

אולם הקורות שבtems השתמשו היו בוודאי ל��וחות מענפי עצים או גזעים. העץ המקבול לכך היה השקמה או החרוב ועוד (ראה תוספתא לאלים ד, ז; שביעית ג,א). דרך של קורות כאלה, שיישנו הבדל בעוביים ובתקופם בין חלקו התיכון לבין חלקו העליון. ההפרש הוא כ-5% (מעין מה שציינו לעיל בפרק ד לגבי עמודי האבן). הפרש זה של 5% קרוב מאד להפרש הקיטים בין 3 ל-4.14.

מדוע הסתפקו חז"ל במידת היקפה של הקורה בחלוקת החרב (3 טפחים), ולא חיבבו למודדה בחלוקת הרוחב (3.14 טפחים)? אפשר שזהו במסגרת הקולות שנဏנו חכמים בכל בעירובין, כפי שרואים בשאר המשניות שם - "דייה ל庫ורה שתהא רחבה טפח כדי לקבל אריך לארכו" (משנה ג); "רחבת אע"פ שאינה בריאת" (דעת ר' יהודה במשנה ד); "הייתה של קש או של קנים, רואין אותה כאילו היא של מטבח; עקומה - רואין אותה כאילו היא פשטוה" (משנה ה). בהמשך למשנה זו הובאה גם הקולא "עגולה" - רואין אותה כאילו היא מרובעת... טפח".

ו. קורה המאליה על הטומאה

שנינו באלהות יב,ו: "庫ורה שהיא נתונה מכתל לכתל וטומאה תחתיה - אם יש בה פותח טפח, מביאה את הטומאה תחת כולה; ואם לאו, טמאה בוקעת ועולה, בוקעת פורחת. כמה היא בהקיפה ויהא בה פותח טפח? בזמן שהיא עגולה - הקיפה שלשה טפחים".

מידותיו של הכליל מראשו (קוטר 10 אמות), דרך גוףו (גובה 5 אמות) ועד לבסיסו (היקף 30 אמות).

מה לומד אפוא ר' יוחנן מפסק זה? הוא לומד שיכול להיות הפרש בין צידו אחד של החירות לצידו השני, והוא מיישם הפרש זה לגבי הנסיבות האחרות שבחן דנים על גופים חרותיים - סוכה, קורה ועמוד.

ח. ספר תורה בארון

הסוגיה שממנה מוכחים התוספות, שהיחס 3:1 הוא יחס מדויק ולא משוער, היא הסוגיה בבבא-בתרא ז, ב הדינה על אופן הנחת ספר התורה בארון הברית. מבואר שם, שכיוון שהיקפו של ספר התורה הוא 6 טפחים (לפי ההלכה שם שהיקפו של הספר הוא כשלעור גובהו) יצא שיקוטרו הוא 2 טפחים גם אם הוא נגכל לתחילה, היינו סביבה "עץ-חיים" אחד. על כך מקשה הגמרא "תרי בתורי היכי יתיב?" - אי אפשר להכניס חפץ למקום שרוחבו בדיק כרוחבו של החפץ, לעולם זוקקים אנו לירוחא פורתא" (לשון רבינו גרשום בפירושו). אילו היו חז"ל מתחשבים ביחס של 3:1, ממילא היו מגיעים לקוטר הקטן מ-2 טפחים (1.91) ושוב לא היה קשה מאומה.

המציאות מלמדת שבדרך כללMSG של כשלולים את יריונות ספר התורה לא מקבלים עיגול מושלם, אלא צורה אליפסית, ובמיוחד כאשר מניחים את הספר במאזן ולא בעמידה. ההפרש שבין המידה הגדולה המתקבלת באלייפסה לבין המידה שהיתה מתתקבלת אילו היה נוצר עיגול מושלם הוא, כנראה, כ-5%, עובדה המגדילה את קוטר ספר התורה הנגכל לתחילה עד לכדי 2 טפחים. משום לכך הקשתה הגמara "תרי בתורי היכי יתיב?"